

Guia do Professor

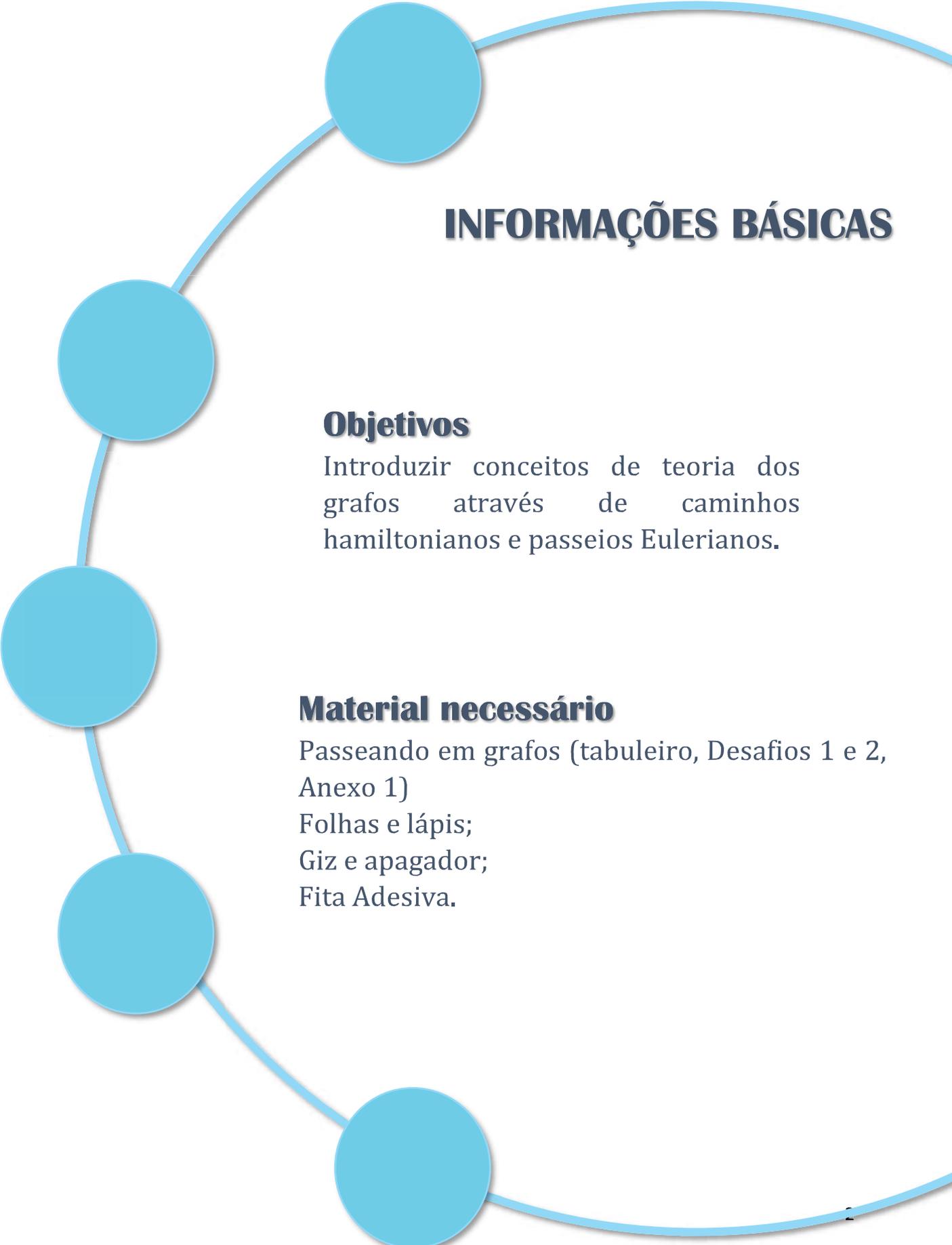
Introdução à Teoria dos grafos: caminhos
Hamiltonianos e passeios Eulerianos

Cecilia Alcantara

Isabel Gonçalves

Simone Dantas

Universidade Federal Fluminense
Instituto de Matemática e Estatística



INFORMAÇÕES BÁSICAS

Objetivos

Introduzir conceitos de teoria dos grafos através de caminhos hamiltonianos e passeios Eulerianos.

Material necessário

Passeando em grafos (tabuleiro, Desafios 1 e 2, Anexo 1)

Folhas e lápis;

Giz e apagador;

Fita Adesiva.

Conhecendo a atividade...

A atividade Passeando em Grafos deve ser realizada em grupos de 3 alunos. Durante a atividade, cada trio receberá 1 tabuleiro, 1 folha do Desafio 1, 1 folha do Desafio 2, e 1 folha de rascunho.

A atividade é composta por dois desafios. Em cada desafio os alunos devem encontrar um percurso no mapa de acordo com as condições determinadas pelo problema. Os alunos devem trabalhar em conjunto para desenvolver a solução e devem explicar o motivo da resposta dada.

Preparando o material...

Imprima uma cópia do Desafio 1 (página 11) e uma cópia do Desafio 2 (página 12) para cada trio.

Imprima uma cópia do arquivo Anexo 1. Recorte as folhas na parte pontilhada. Utilizando a fita adesiva, cole as figuras no quadro na mesma disposição que o tabuleiro da página 17. Utilizando um giz, ligue as figuras reproduzindo o mapa deste tabuleiro.

Separe uma folha em branco por grupo para possíveis rascunhos dos alunos.

Aplicando a atividade...

Divida a turma em grupos de 3 alunos e distribua o Desafio 1 e uma folha de rascunho.

Peça que um aluno de cada trio leia o desafio em voz alta para o grupo e que eles discutam o problema entre eles. Depois que todos os alunos terminarem, recolha os desafios e folhas de rascunho.

Distribua o Desafio 2. O objetivo deste desafio é proporcionar ao aluno maior familiaridade com a modelagem do problema utilizando a representação geométrica de um grafo, sem que ele saiba se tratar do mesmo. Não se deve falar a palavra Grafo neste momento.

Este desafio não possui solução, mas chegar a essa conclusão não é imediato. O professor deve proporcionar um tempo de reflexão aos alunos e motivá-los com perguntas tais como:

- Tentaram iniciar por todos os estabelecimentos?
- Acham que existem ruas “atrapalhando”?
- O que está atrapalhando vocês de resolver o desafio?

Proponha uma pergunta de cada vez, fornecendo um tempo entre elas, para tentar estimular o pensamento crítico dos alunos.

Nesta parte da atividade os alunos devem escrever as suas suspeitas do porquê não estão conseguindo resolver o problema. Este processo de investigação é fundamental para o bom desenvolvimento da próxima etapa.

Passado o tempo, ou seja, quando sentir que já terminaram a discussão, recolha novamente todo material dos alunos.

Depois da atividade...

Utilizando o mapa construído com as figuras coladas no quadro, mostre as possíveis resoluções do Desafio 1 para os alunos.

Observação: caso o professor tenha acesso à um projetor, também é possível utiliza-lo nessa etapa, projetando a imagem do mapa da pagina 17 no quadro, ao invés de imprimir o Anexo 1.

Solução 1:



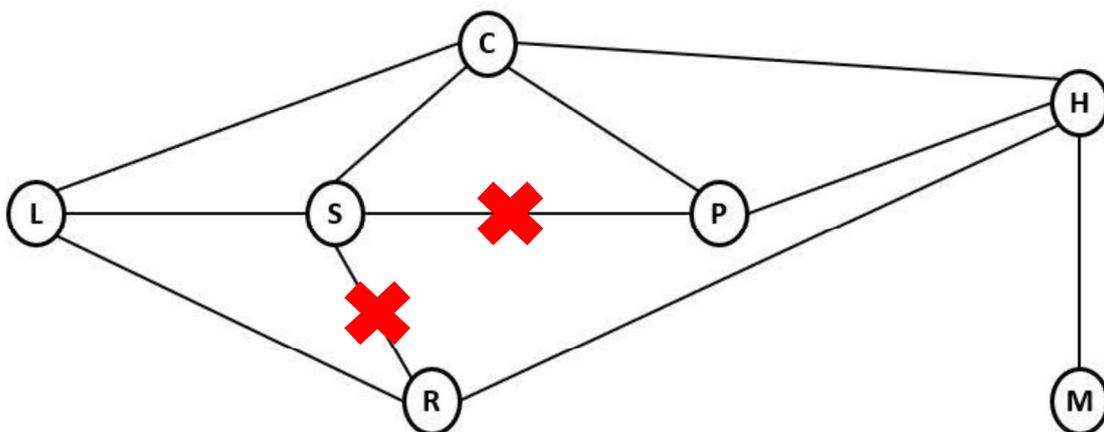
Solução 2:



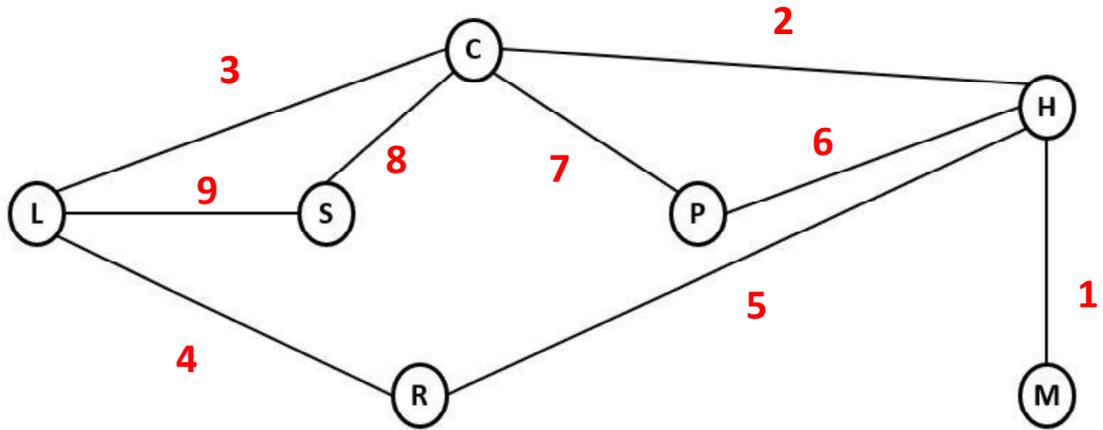
Depois, pergunte aos alunos se eles conseguiram resolver o Desafio 2. Pergunte se eles identificam o motivo da impossibilidade da resolução do segundo desafio e discuta sobre a resposta negativa. Pergunte também o que eles fariam para tornar o desafio possível.

A seguir, exibimos duas opções de tornar o Desafio 2 possível:

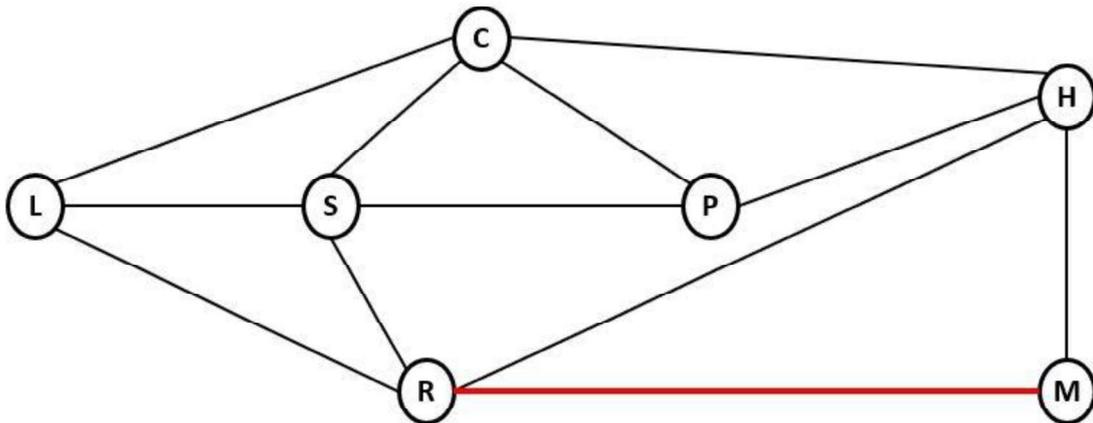
Solução 1: eliminar ruas que ligam o salão de beleza ao restaurante e o salão de beleza à pizzaria.



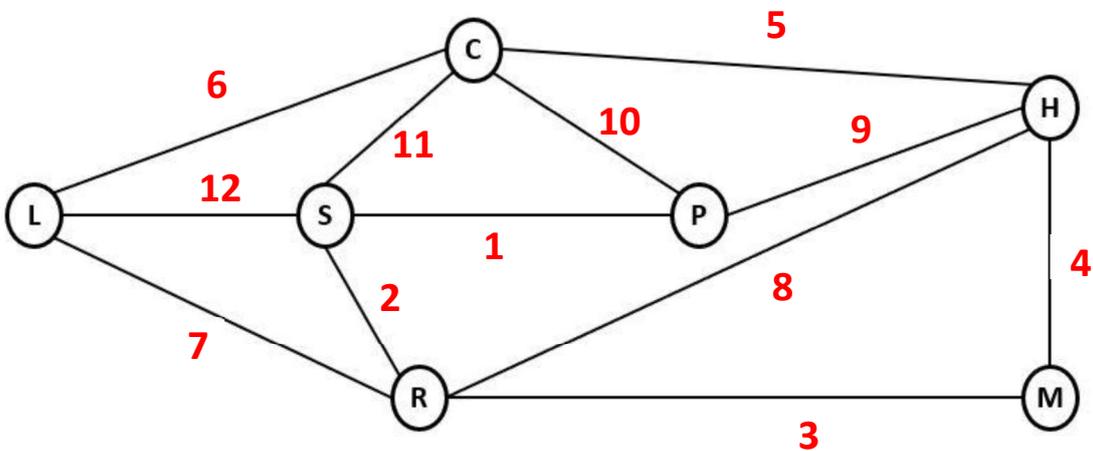
Desta maneira, uma resolução seria:



Solução 2: adicionar uma rua entre o restaurante e o mercado.

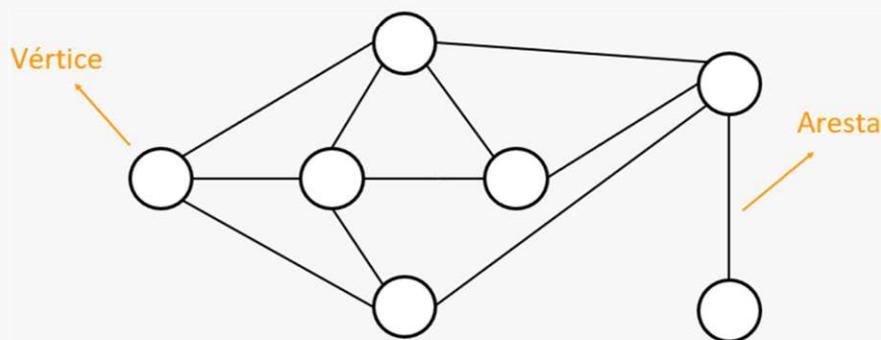


Desta maneira, uma resolução seria:

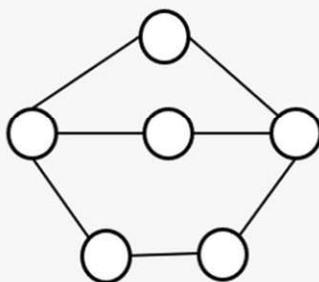


Finalmente, explique aos alunos que os conteúdos trabalhados no jogo são os Caminhos Hamiltonianos e Passeios Eulerianos., descritas a seguir. Coloque no quadro as definições de Grafo, Grafo Conexo, Passeio, Grau de um vértice, Caminhos Hamiltonianos e Passeios Eulerianos. As definições de grafo conexo e grau de um vértice são necessárias para a proposição que explica a impossibilidade do Desafio 2. Depois, escreva no quadro a proposição que esclarece o impedimento do segundo desafio, como sugerido a seguir.

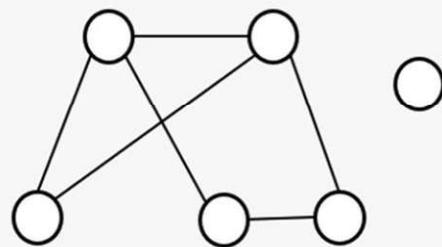
Grafo $G = (V,E)$ é um conjunto finito não vazio V e um conjunto E de pares não-ordenados de elementos distintos de V . Os elementos de V são chamados vértices do grafo e os elementos $e=(v,w)$ de E são as arestas de G (v e w são elementos de V).



Grafo conexo: existe um caminho entre qualquer par de vértices.

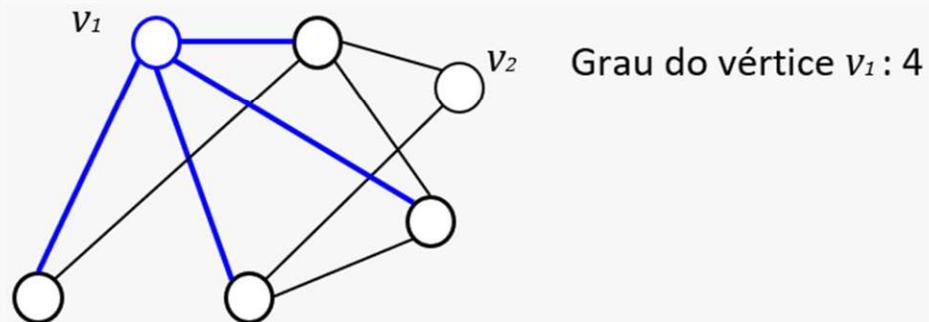


Grafo conexo

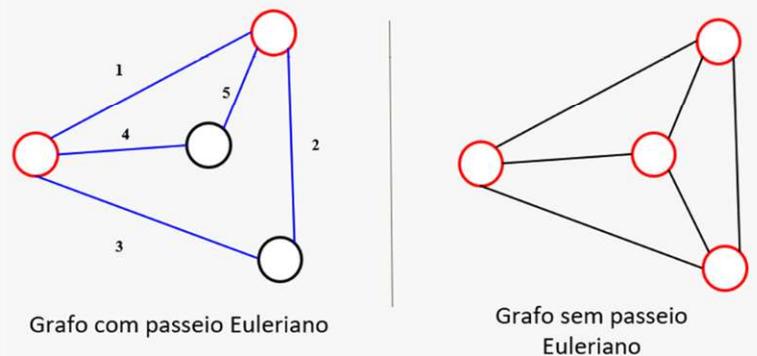


Grafo não conexo

Grau de um vértice v : número de arestas incidentes a v .



Proposição: um grafo conexo possui passeio Euleriano se e somente se possui no máximo dois vértices de grau ímpar.



Observação: vértices em vermelho possuem grau ímpar.

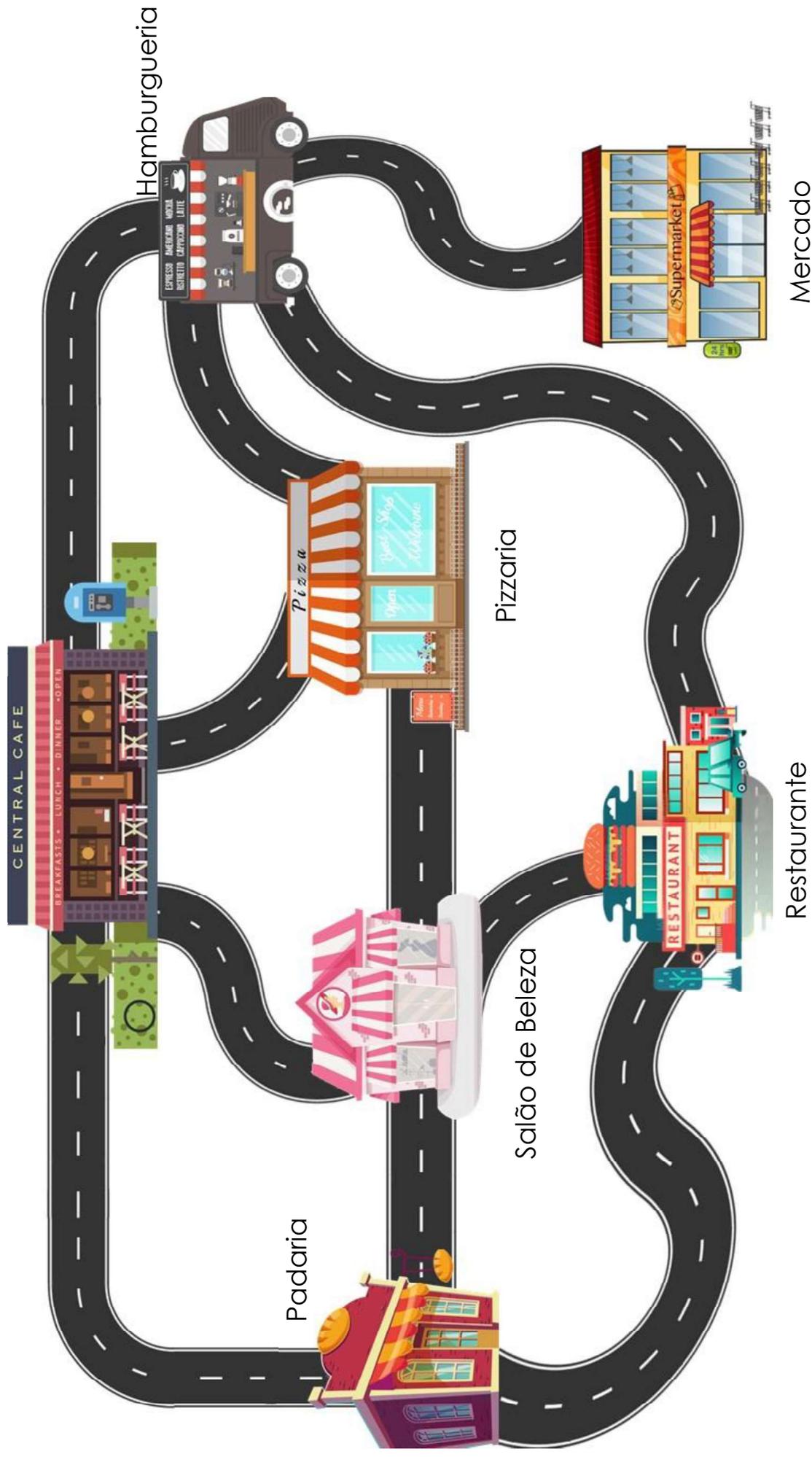
Nesse momento fale novamente a definição de caminho Hamiltoniano e passeio Euleriano. Explique bem a diferença entre os dois: caminho Hamiltoniano percorre cada vértice do grafo uma única vez e passeio Euleriano percorre cada aresta do grafo uma única vez.

Verificando a aprendizagem...

Distribua para cada aluno uma cópia da ficha de verificação de aprendizagem (página com título "Agora é com você!"), e peça que os alunos respondam às questões explicando o motivo de cada resposta.

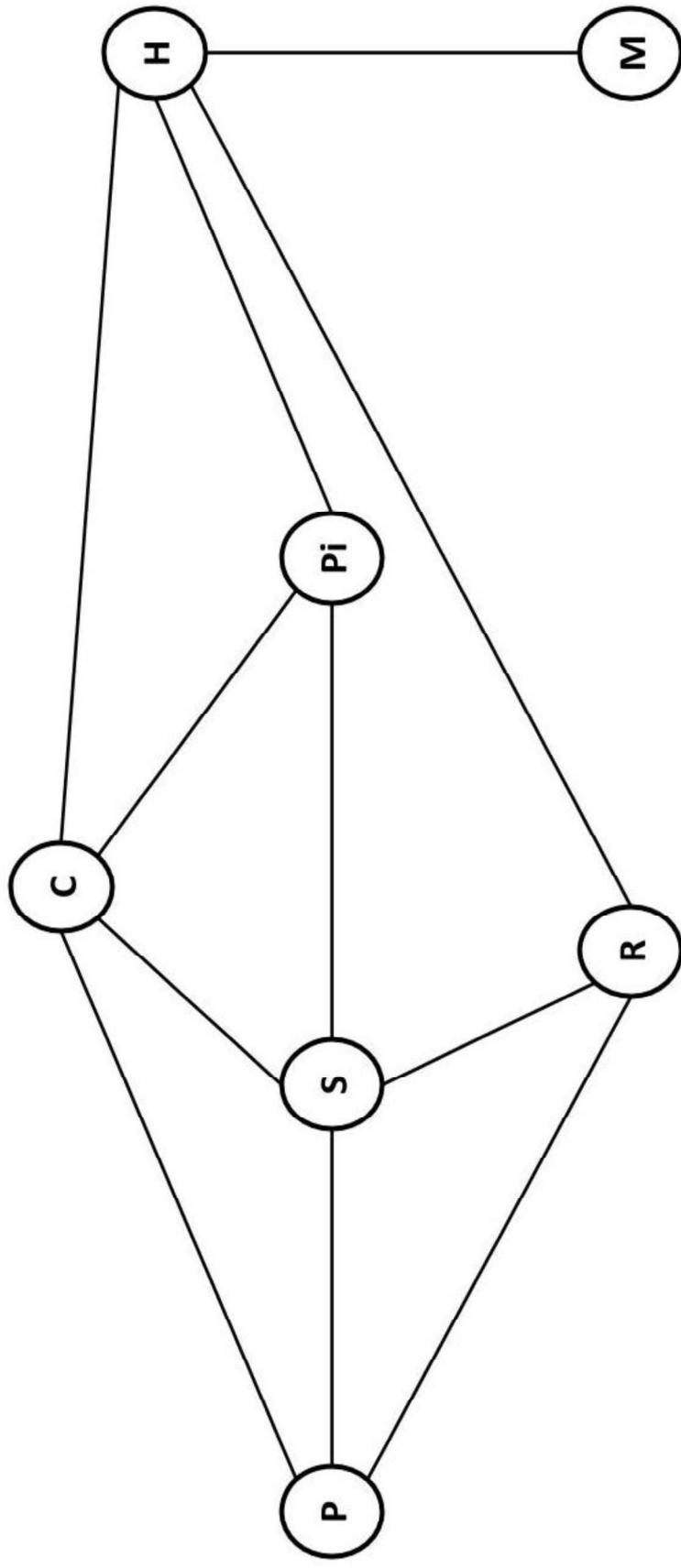
Note que após a página com a verificação de aprendizagem encontra-se a ficha com as "Resoluções para o Professor".

Bruno produz doces e realiza entregas pelo bairro. Ele representou no mapa os estabelecimentos que fizeram pedido para sábado.
Cafeteria



Para não perder tempo e conseguir realizar todas as entregas no mesmo dia, Bruno não quer passar duas vezes na mesma loja. É possível achar um trajeto de tal forma que ele passe por cada estabelecimento do mapa uma única vez? Se sim, qual seria o trajeto?

Depois das entregas, Bruno percebeu que a produção de doces foi maior do que o encomendado. Para compensar este erro ele decidiu passar por todas as ruas do bairro oferecendo os doces para quem quisesse comprar a varejo no dia seguinte. Com uma caneta e um papel fez rapidamente um desenho simplificado do mapa para conseguir pensar melhor.



É possível encontrar esse trajeto?

Sugestões? Mande mensagem para: antenabrasileira@gmail.com

Para acompanhar nossas notícias, acesse o site

<http://www.antenabrasil.uff.br>

ou nossa página no Facebook:

<https://www.facebook.com/antenabrasileiradematemtica/>

Agradecimentos:

Agradecemos a professora Telma Silveira Pará pela cuidadosa revisão do trabalho e pela colaboração nas pesquisas científicas envolvendo a aplicação deste material na Escola Técnica Estadual Adolph Bloch (ETEAB), da rede Fundação de Apoio à Escola Técnica (FAETEC) do Rio de Janeiro.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, e das seguintes instituições e órgãos de fomento brasileiros:

